





Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq

Tarefa: Anúncio Smartphone

Conteúdo: Juros compostos

Fonte: GIROTTO, B. Matemática Financeira: uma proposta de ensino através do Ensino Exploratório de Matemática. 2020. 62 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Universidade Estadual do Paraná, União da Vitória. 2020.



Fonte: Disponível em: <a href="https://www.magazineluiza.com.br/iphone-7-apple-32gb-preto-47-12mp-ios/p/218009200/te/ipn7/?&force=2&seller id=magazineluiza&&utm source=google&utm medium=pla&u tm campaign=&partner id=54242&gclid=Cj0KCQjwqfz6BRD8ARIsAlXQCf3m-

<u>cENOKDf0AwH5zkwjbLFGuRxGXDaDPrP4XRR3bvU6AquHfk-yAcaAmNuEALw_wcB</u>. Acesso em 11 setembro de 2020.

- a) Se você realizar o pagamento à vista, quanto economizará em relação ao valor do produto a prazo?
- b) Supondo que você decidiu realizar o pagamento a prazo, em 10x no cartão de crédito e, ao 5º mês surgiram alguns gastos inesperados que impediram que você pagasse a fatura do cartão naquele mês que corresponde a 5º parcela da compra, deixando para pagar no mês seguinte. Quais seriam as consequências dessa decisão? Justifique sua resposta.
- c) O atraso do pagamento da fatura no mês resulta ao cliente o pagamento com juros do rotativo mais uma multa de 2% mais os juros de mora* de 1%, sobre o valor da







Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq

- dívida. Supondo que os juros do rotativo cobrados pelo banco são de 16% a.m. Quanto será pago no mês seguinte referente à 5ª parcela não quitada?
- d) Após esse primeiro atraso, a dívida está acumulada com o valor da parcela original mais os juros do período. Vamos imaginar que você não consiga pagar a fatura novamente, então mais juros serão cobrados em cima desta dívida. Suponha que você não consiga mais pagar pelas parcelas até o 10° mês (10ª parcela). Quanto ficará o valor da parcela ao final desse período?
- e) Como você descreveria uma equação para calcular esse acréscimo nas parcelas do cartão de crédito para um período (n) de tempo qualquer a uma taxa (i) qualquer.
- *Juros de mora são o percentual cobrado pelo atraso no pagamento de contas. Fonte: https://www.sunoresearch.com.br/artigos/juros-de-mora/ (2020).

Adaptada de Cadorin (2013, p. 35-38)

SOBRE A TAREFA

A tarefa 2, intitula-se "Anúncio *smartphone*" e tem como objetivo ensinar "juros compostos" e para isso apresenta um anúncio de venda de um *smartphone*, o qual é retirado da internet. A justificativa do anúncio é a mesma da tarefa anterior, pois este também possui valores distintos para as opções de pagamento à vista e a prazo, assim o aluno pode observar a diferença entre tais formas de pagamento. O produto escolhido foi um *smartphone*, por ser um aparelho que muitos adolescentes desejam.

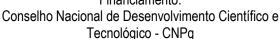
A tarefa 2 conta com cinco itens, elaborados para que ao serem resolvidos promovam o raciocínio do aluno bem como, a construção de seu conhecimento sobre o comportamento dos juros compostos e que em análise a estes, os alunos busquem uma generalização, podendo até mesmo ser de forma descritiva, não precisando necessariamente ser na linguagem matemática por meio da fórmula, que também será formalizada pelo professor posteriormente, na fase da sistematização.

A tarefa 2 poderá ser proposta no segundo trimestre, conforme indicado pelo CREP (2019). E sugere-se que seja realizada em aulas conjugadas, podendo ser distribuída da seguinte forma: nas duas primeiras aulas, a organização da sala de aula, formação dos grupos, apresentação da tarefa e desenvolvimento da tarefa; em duas outras aulas, as apresentações sequenciadas pelo professor, a discussão coletiva e a sistematização.

RESOLUÇÃO DA TAREFA E QUADRO DE ORIENTAÇÕES

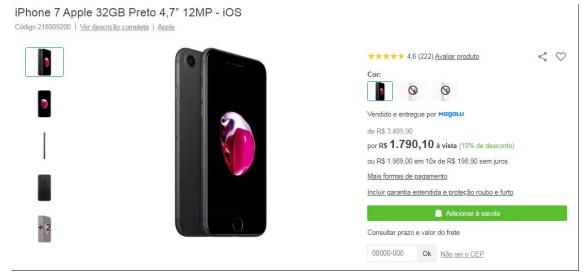








1) Observe o anúncio a seguir e responda:



Fonte: Disponível em: <a href="https://www.magazineluiza.com.br/iphone-7-apple-32gb-preto-47-12mp-ios/p/218009200/te/ipn7/?&force=2&seller id=magazineluiza&&utm source=google&utm medium=pla&utm campaign=&partner id=54242&gclid=Cj0KCQjwqfz6BRD8ARIsAIXQCf3m-

<u>cENOKDf0AwH5zkwjbLFGuRxGXDaDPrP4XRR3bvU6AquHfk-yAcaAmNuEALw_wcB</u>. Acesso em 11 setembro de 2020.

a) Se você realizar o pagamento à vista, quanto economizará em relação ao valor do produto a prazo?

O aluno poderá subtrair o valor à vista (R\$1.790,10) do valor a prazo (R\$1.989,00) encontrando a diferença de R\$198,90. Ou ainda, subtrair valor a prazo do valor á vista, invertendo a subtração encontrando o resultado da diferença positivo e, espera-se que o aluno possa observar que esse valor também se refere ao quanto estará economizando.

b) Supondo que você decidiu realizar o pagamento a prazo, em 10x no cartão de crédito e, ao 5º mês surgiram alguns gastos inesperados que impediram que você pagasse a fatura do cartão naquele mês que corresponde a 5º parcela da compra, deixando para pagar no mês seguinte. Quais seriam as consequências dessa decisão? Justifique sua resposta.

Espera-se que os alunos concluam que no mês seguinte o valor da fatura será maior, pois terá o valor que não foi pago do mês anterior mais o valor da atual fatura e ainda, espera-se que os alunos concluam que o valor em atraso será reajustado acrescido dos juros cobrados pelo banco.







Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq

c) O atraso do pagamento da fatura no mês resulta ao cliente o pagamento com juros do rotativo mais uma multa de 2% mais os juros de mora* de 1%, sobre o valor da dívida. Supondo que os juros do rotativo cobrados pelo banco são de 16% a.m. Quanto será pago no mês seguinte referente à 5ª parcela não quitada?

Espera-se que os alunos utilizem dos conhecimentos obtidos para encontrarem as porcentagens referentes à parcela e uma possível resolução seria:

 R198,90 \cdot 0,16 = R$31,82$ (valor da parcela multiplicada a porcentagem.

Considerando apenas as duas primeiras casas decimais).

 R198,90 \cdot 0,01 = R$1,98 e$

 R198,90 \cdot 0,02 = R$3,97$ somando os valores dos juros:

R\$31,82 + R\$1,98 + R\$3,97 = R\$37,77 ou

 R198,90 \cdot 0,19 = R$37,79 (0,19 \'{e} o resultado da soma das três taxas)$

Em seguida, somar todos os reajustes encontrados concluindo que a fatura terá o valor reajustado em aproximadamente R\$37,79. Resultando no valor de aproximadamente R\$236,69.

d) Após esse primeiro atraso, a dívida está acumulada com o valor da parcela original mais os juros do período. Vamos imaginar que você não consiga pagar a fatura novamente, então mais juros serão cobrados em cima desta dívida. Suponha que você não consiga mais pagar pelas parcelas até o 10° mês (10ª parcela). Quanto ficará o valor da parcela ao final desse período?

Espera-se que os alunos concluam no item c) que o valor a ser pago será um total de aproximadamente R\$236,69 então, a partir desse valor encontrarão os reajustes para a parcela atual.

> R236,69 \cdot 0,16 = R$37,87$ R236,69 \cdot 0,01 = R$2,36$ R236,69 \cdot 0,02 = R$4,73$ *somando:* R\$37,87 + R\$2,36 + R\$4,73 = R\$44,96 ou R236,69 \cdot 0,19 = R$44,97$

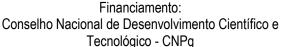
Ou seja, aproximadamente R\$44,97 que será o valor do reajuste acrescido ao R\$236,69. Resultando no valor de aproximadamente R\$281,66 da parcela atual. E uma possível solução seria para esse item seria os alunos calcularem o valor das parcelas mês a mês. Para a 7º parcela:

> R281,66 \cdot 0,16 = R$45,06$ R281,66 \cdot 0,01 = R$2,81$ R281,66 \cdot 0,02 = R$5,63$ somando os valores:

R\$45,06 + R\$2,81 + R\$5,63 = R\$53,50 ou









 R281,66 \cdot 0.19 = R$53,51$

Ou seja, aproximadamente R\$53,51 reajustado na parcela, mais o R\$281,66, resultando em aproximadamente R\$335,17.

Para a 8º parcela:

R\$335,17 · 0,16 = R\$53,62 R\$335,17 · 0,01 = R\$3,35 R\$335,17 · 0,02 = R\$6,70 somando os valores R\$53,62 + R\$3,35 + R\$6,70 = R\$63,67 ou R\$335,17 · 0.19 = R\$63,68

Ou seja, aproximadamente R\$63,68 reajustado na parcela, mais o R\$335,17, resultando em aproximadamente R\$398,85 e assim sucessivamente até chegarem à 10º parcela:

R\$474,63 · 0,16 = R\$75,94 R\$474,63 · 0,01 = R\$4,74 R\$474,63 · 0,02 = R\$9,49 somando os valores R\$75,94 + R\$4,74 + R\$9,49 = R\$90,17 ou R\$474,64 · 0.19 = R\$90,17

Ou seja, aproximadamente R\$90,17 reajustado na parcela, mais o R\$474,63, resultando em aproximadamente R\$564,80.

Outra possível resolução seria construindo um quadro para analisarem:

Parcela				Valor final	
6 <u>ª</u>	R\$236,69 ·	R\$236,69 + R\$236,69 · 0,19	R\$236,69 ·	R\$281,66	
0-	1 + 0,19	K\$230,09 + K\$230,09 · 0,19	(1 + 0,19)		
7º	R\$281,66 ·	R\$236,69 · (1 + 0,19) · (1 + 0,19)	R\$236,69 ·	R\$335,17	
/-	(1 + 0,19)	N3230,03 · (1 + 0,13) · (1 + 0,13)	$(1 + 0,19)^2$	N9333,17	
8₫	R\$335,17 ·	R\$236,69 · (1 + 0,19) · (1 + 0,19) ·	R\$236,69 ·	R\$398,86	
0=	(1 + 0,19)	(1 + 0,19)	$(1 + 0,19)^3$		
9₫	R\$398,86 ·	R\$236,69 · (1 + 0,19) · (1 + 0,19) ·	R\$236,69 ·	R\$474,64	
9=	(1 + 0,19)	$(1+0,19)\cdot(1+0,19)$	$(1 + 0,19)^4$		
10ª	R\$474,64 ·	R\$236,69 · (1 + 0,19) · (1 + 0,19) ·	R\$236,69 ·	D¢E64 93	
10=	(1 + 0,19)	$(1+0,19)\cdot(1+0,19)\cdot(1+0,19)$	$(1+0,19)^5$	R\$564,82	

e) Como você descreveria uma equação para calcular esse acréscimo nas parcelas do cartão de crédito para um período (n) de tempo qualquer a uma taxa (i) qualquer.

Espera-se que os alunos relacionem as resoluções obtidas até aqui e possam concluir que o valor dos juros são calculados multiplicando o valor anterior pela taxa de juros adicionado ao inteiro que seria o valor anterior. E que para um tempo n qualquer eles precisam de um valor









inicial (capital inicial), pois não saberiam o valor anterior ao n. Podendo apenas ter essa conclusão descrita ou ainda estabelecendo a seguinte fórmula dos juros compostos: $J = C \cdot (1 + i)^n$, em que o n é a quantidade de vezes que se multiplica a taxa de juros pelo capital inicial, porém talvez seja mais difícil essa conclusão pelo fato de envolver um expoente e, se os alunos não chegarem a fórmula não há problemas, a ideia do juro composto precisa até então ser compreendida e a fórmula poderá ser expressa na sistematização e posteriormente o treinamento desta com alguns exercícios.

Nessa tarefa também pode haver a possibilidade de os alunos utilizarem outros símbolos para representarem as expressões. E assim como na tarefa 1, isso poderá ser esclarecido pelo professor na discussão e sistematização.

Ainda no desenvolvimento da tarefa poderão surgir distintas formas de resolução da tarefa, o que promoverá uma discussão coletiva, que apresentará as distintas estratégias.

O quadro abaixo, também apresenta algumas orientações que podem servir de referências para as ações do professor e dos alunos no decorrer das aulas em que será realizada a proposta, no entanto são ações relacionadas a tarefa 2.

	Fase 1: Apresentação da tarefa				
	Ações do professor		Ações do aluno		
-	Dividir a turma em grupos;	•	Formar grupos;		
-	Informar o tempo de durabilidade para o	•	Prestar atenção na leitura da tarefa;		
	desenvolvimento da tarefa, que será até o fim	•	Se houver dúvida em relação à		
	da aula (a discussão e sistematização serão		interpretação ou desenvolvimento		
	realizadas nas duas próximas aulas);		deverá ser feita ao professor.		
-	Relembrar aos alunos sobre a dinâmica da				
	aula;				
-	Ler a tarefa com os alunos;				
-	Explicar as questões de modo a familiarizar o				
	contexto da tarefa, deixando claro aos alunos				
	o caminho que irão tomar para realizá-la bem				
	como, esclarecendo os objetivos,				
	questionando a turma aonde chegar e o que				
	se deseja aprender com a tarefa e desafiando-				
	os para trabalharem, instigados pela busca de				
	resoluções;				







Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq

- Informá-los que poderão fazer o uso de calculadora;
- Verificar se os alunos compreenderam as questões e compreenderam que devem primeiramente analisar o anúncio para realizarem a tarefa;
- Ressaltar a importância da justificativa das questões, que através destas o professor pode melhor compreender a ideia que os alunos querem expressar;
- Relembrar que o trabalho deve ser realizado em grupo e portanto, deve envolver a participação de todos os integrantes.

Fase 2: Exploração e desenvolvimento da tarefa

lo professi	

Circular pela sala de aula, entre os grupos, monitorando o desenvolvimento da tarefa e as resoluções dos alunos;

- Apoiar e incentivar os grupos na construção de suas ideias (baseados em seus conhecimentos prévios), instigando o pensamento matemático e questionando os alunos, de modo que entre os integrantes possam observar se encontram-se em um possível caminho para a resolução;
- Orientar os alunos durante o desenvolvimento, fazendo perguntas do tipo: "lembram o que era o por cento?" "O que é o juro?" "Qual a diferença do juro desta para o juro da atividade anterior?" "Esse valor é igual ou ele muda?" "O que acontece com o valor do juro com o passar do tempo?" "Será que é uma boa ideia deixar de pagar a parcela em dia? Por quê?" "Esse valor de juro vocês acham ele baixo ou alto?";

Ações do aluno

- Discutir entre o grupo sobre as possíveis formas de resolução;
- Pensar na resolução matematicamente;
- Refletir e acolher as distintas formas de pensar dos colegas;
- Buscar a resolução das questões presentes na tarefa, usando seus raciocínios matemáticos e os conhecimentos já adquiridos, inclusive na tarefa 1, para compreenderem o conceito de juros compostos.



PRPGEM PROGRAM OF PAS CARDINATOR IN FORCE OF MATURATION



Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq

- Solicitar que os alunos especifiquem seus raciocínios de forma clara, justificando suas resoluções;
- Identificar quais grupos irão apresentar suas resoluções posteriormente;
- Atentar-se para não fazer apontamentos validando as correções necessárias e não raciocinar pelos alunos, devendo sempre instigá-los para desenvolverem seus próprios raciocínios na busca pelo entendimento dos juros compostos;
- Identificar, no decorrer do desenvolvimento, as resoluções que se mostrarem interessantes para a discussão coletiva que ocorrerá posteriormente e sequenciar as que foram selecionadas;
- Solicitar que os alunos anotem as estratégias de resolução e seus raciocínios empregados.

Fase 3: Discussão coletiva

Ações do professor Organizar o ambiente para a discussão, podendo ser a própria sala de aula, de modo que oportunize a discussão coletiva e que todos possam participar desta, ouvindo e assistindo as apresentações; Sequenciar os grupos para apresentação das resoluções da tarefa, de modo que a ordem

- resoluções da tarefa, de modo que a ordem das apresentações contribua para o objetivo de chegar ao entendimento do comportamento e a fórmula dos juros compostos;
- Gerir o trabalho, deixando evidente que deve se manter o respeito e interesse pelos trabalhos apresentados;
- Argumentar as diferentes ideias e estratégias de resolução;

Ações do aluno

- Interagir com os alunos que estarão apresentando e com o professor;
- Questionar os colegas que estarão apresentando como estes pensaram para resolver;
- Questionar os colegas ouvintes se entendem as resoluções do grupo que está apresentando;
- Questionar caso possuam dúvidas sobre suas próprias resoluções e suas coerências







Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq

- Discutir sobre possíveis dificuldades e limitações dos alunos encontradas no decorrer da tarefa;
- Questionar o motivo de cada resposta obtida para proporcionar ao restante da turma, o entendimento do raciocínio utilizado pelo grupo que está apresentando, a fim de argumentarem se tal raciocínio possui significado e faz sentido;
- Incentivar a turma pelo questionamento aos grupos selecionados, promovendo a participação de todos na discussão a fim de unir o grupo que está apresentando ao restante da turma, fazendo questionamentos do tipo "compreendem o que o grupo está dizendo?", "por que o grupo fez isso?", para que compreendam de forma clara as justificativas e esclareçam as possíveis dúvidas que obtiveram no desenvolvimento das tarefas;
- Promover a troca de ideias e de argumentos entre a turma, pois esta oportuniza uma clarificação e assim um aprendizado mais eficaz;
- Discutir com os alunos sobre a expressão que os alunos concluírem.

Fase 4: Sistematização

	T		
Ações do professor	Ações do aluno		
 Promover a organização das ideias 	 Atentar-se as explicações dadas pelo 		
emergentes na etapa anterior;	professor;		
 Formalizar as aprendizagens matemáticas, 	■ Registrar a sistematização		
chamando atenção dos alunos para esse	apresentada a fim concretizar a		
momento, utilizando da discussão coletiva	aprendizagem dos conceitos da		
para relacionar os conhecimentos	Matemática Financeira de juros		
matemáticos surgidos das resoluções dos	compostos.		
alunos com seus conhecimentos prévios;			







Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq

- Reconhecer os procedimentos utilizados por seus alunos, a fim de utilizar e ressaltar as representações que se mostraram produtivas para apontar as generalizações, destacando a importância das regras e de tais generalizações;
- Relacionar a discussão com suas explicações mais generalizadas. Caso os alunos ainda utilizem outros símbolos, poderá explicar que os símbolos da expressão do itens e) se referem à "J" juros, "C" capital, "M" montante, "i" taxa de juros e "n" tempo da aplicação, conceitos da Matemática Financeira;
- Conciliar as resoluções dos alunos com suas explicações, proporcionando o entendimento da turma até obterem juntos a fórmula dos juros compostos, caso nenhum grupo consiga deduzi-la;
- Explicitar que o montante é o capital emprestado inicialmente mais os juros cobrados pelo tempo que a quantia não foi utilizada, chamando a atenção dos conceitos para as letras obtidas nas expressões;
- Explicitar o que são os juros compostos encontrados na tarefa e chamar a atenção dos alunos para a percepção de que os juros compostos são cobrados sobre o capital inicial acrescido dos juros obtidos no período anterior. Portanto, juros sobre juros;
- Ressaltar a importância da concordância do tempo, taxa de juros com tempo que o valor monetário ficou emprestado;
- Contrapor as tarefas 1 e 2 afim de diferenciar os juros simples dos juros compostos.

Fonte: A autora (2020).







Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq

A tarefa 2 contida no presente trabalho, deve ser desenvolvida através de todas as fases apresentadas, podendo oportunizar a eficácia do ensino e aprendizagem sobre a ideia e comportamento dos juros compostos. Além disso, o professor poderá, em outro momento posterior a proposta das tarefas aqui dispostas, apresentar mais situações do cotidiano que envolvam juros compostos. Ressaltando que os juros utilizados na maioria das vezes são os juros compostos, principalmente em instituições bancárias.