



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Tarefa 7

Conteúdo: Geometria Plana

Fonte: SANTOS, S. S. F. dos. O Ensino Exploratório e o Laboratório de Ensino de Matemática: uma experiência com alunos do Ensino Médio. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**: produção didático-pedagógica, 2016. União da Vitória: SEED/PR, 2016. Versão Online. (Cadernos PDE). ISBN 978-85-8015-094-0.

TAREFA 7

Momento 1 – Cada membro do grupo deve pegar um pedaço de papel milimetrado e nele construir um quadrado de lado cuja medida representa um número par. Após seguir os seguintes passos para o restante da construção das peças que compõe o Tangram – jogo composto de 7 peças:

- *Passo 1* – Tracem a diagonal do quadrado, com essa ação vocês obtiveram dois triângulos retângulos;
- *Passo 2* – Em um dos triângulos retângulos localizem o ângulo reto (90°) e tracem a altura desse triângulo retângulo. Assim vocês têm duas peças prontas;
- *Passo 3* – No segundo triângulo retângulo, a partir do ângulo de 90° dividam os dois lados pela metade e marquem um pontinho. Agora unam esses dois pontinhos e vocês terão um novo triângulo retângulo menor que os dois primeiros – eis a terceira peça pronta.
- *Passo 4* – O pedaço que sobrou tem a forma de um Trapézio equilátero. Nesse pedaço restante, o Trapézio equilátero, vocês irão construir mais quatro peças. A partir da última peça construída, o triângulo retângulo menor, localizem sua hipotenusa e dividam sua medida ao meio marcando um pontinho e na sequência juntem esse pontinho à altura traçada no passo 2 – eis que vocês têm agora dois trapézios retângulos, mas nenhuma peça a mais, continuam com três peças prontas e querem 7 peças.
- *Passo 5* – Agora, a partir de um dos triângulos retângulos maiores, dividam a medida do seu lado que toca um dos trapézios retângulos em duas partes iguais e marquem um pontinho. Por último unam esse pontinho ao vértice da terceira peça que vocês construíram – eis que vocês têm mais duas peças: um triângulo retângulo menor que os três primeiros e um quadrado, já estão com cinco peças.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



- *Passo 6* – Para obterem as duas últimas peças utilizem-se do outro trapézio retângulo e do triângulo retângulo que divide com ele o mesmo lado (aresta quando estudamos os Poliedros). Nesse triângulo retângulo, dividam seu lado em duas partes iguais e marquem um pontinho. Agora, unam esse pontinho ao vértice do quadrado que está dividindo lado com o (encostando-se ao) triângulo retângulo obtido no passo 3 – eis que vocês obtiveram as duas últimas peças um triângulo retângulo congruente ao obtido no passo anterior (passo 5) e um paralelogramo.
- *Passo 7* – Reproduzam as sete peças obtidas em EVA da sua cor favorita.

Momento 2 – Com as peças do Tangram que vocês acabaram de construir, procurem por equivalência de áreas. Não se esqueçam de realizar anotações.

Momento 3 – Nomear um orador para compartilhar com os pares o observado no grupo.

SOBRE A TAREFA 7

Professor, esta Tarefa é opcional. Para a realização desta tarefa se faz necessário providenciar, com antecedência, alguns materiais, sejam eles: papel milimetrado, régua, tesoura, lápis, borracha, caneta, EVA (diversas cores). Quanto à organização da turma sugere-se, conforme mencionado anteriormente, que seja em grupos (dois, três ou quatro alunos) no intuito de haver trocas de experiências e ideias.

Duração:

- 4 aulas

Unidade temática:

- Geometria

Conteúdo:

- Geometria Plana

Ano de escolaridade:

- 3º ano do Ensino Médio

Objetivos da tarefa:

- Ampliar e aprofundar os conhecimentos de Geometria Plana;
- Verificar se dois polígonos são semelhantes, estabelecendo relações entre eles;
- Explorar equivalência de áreas;



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



- Abordar o cálculo de áreas.

ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS

Ao pensar em tarefas na perspectiva do Ensino Exploratório, para o processo de organização e gestão de uma aula, o professor deverá organizá-la em quatro fases: 1 – apresentação da tarefa: momento de garantir que os alunos compreendam o que está sendo solicitado no enunciado da tarefa e promover seu engajamento; 2 – desenvolvimento da tarefa (geralmente acontece em grupos): momento em que deverão emergir as estratégias utilizadas pelos alunos, as quais subsidiarão a seleção e sequenciamento de resoluções para a fase de discussão coletiva; 3 – discussão coletiva da tarefa: momento que são discutidas diferentes estratégias de resolução e raciocínios empregados pelos alunos; 4 – sistematização da aprendizagem, momento em que a teoria / o conhecimento matemático aparece a partir daquilo que os alunos produziram (caso alguma(s) estratégia(s) ou conhecimento(s) matemático(s) não surja(m) a partir dos alunos, o professor poderá introduzi-lo(s)). (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; CYRINO, 2016).

Um aspecto importante a ser destacado e considerado pelo professor em relação a uma aula nesta perspectiva de ensino se refere à gestão do tempo. Para cada fase da aula na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática, o professor terá que dispender tempo e esforços para que a aula aconteça de forma coesa na direção de que os processos de ensino e de aprendizagem aconteçam efetivamente. Anterior à primeira fase mencionada há a ação que Baldini (2016) chama de antecipar, a qual acontece antes da aula e consiste na escolha/elaboração/adaptação da tarefa levando-se em consideração os objetivos de ensino presentes nos documentos que norteiam o trabalho docente em sala de aula. Importante destacar que esta tarefa precisa ser de proeminente nível de demanda cognitiva, visando a favorecer a investigação e a discussão de ideias/conceitos matemáticos.

Como encaminhamentos metodológicos previstos para a organização do trabalho, as tarefas serão desenvolvidas em grupos (dois, três ou quatro alunos) no intuito de haver trocas de experiências e ideias, conforme apontado a cada início de tarefa que compõe este Caderno. Ainda, pela crença de que a presença de interações nos grupos podem ser elementos que contribuirão significativamente para o processo de aprendizagem dos alunos. Contudo, tem-se o julgamento de que grupos compostos por muitos alunos poderão ocasionar a dispersão, comprometendo a efetivação do processo de ensino e de aprendizagem.

A formação dos grupos poderá ser definida por critérios acordados entre o professor e a turma. Para a realização das tarefas, cada integrante do grupo receberá uma folha



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



contendo a tarefa a ser realizada pelo grupo, no intuito de que todos possam se inteirar desta, assim espera-se que haja maior interação e colaboração por parte de todos os membros do grupo.

Cada tarefa descrita está acompanhada de seus objetivos e de uma previsão de tempo para sua realização podendo ser alterada quando de sua aplicação conforme necessidades dos alunos, envolvimento deles, entre outros fatores. Ainda, de algumas observações e orientações para o professor de encaminhamentos para a realização da tarefa e de materiais necessários para o desenvolvimento desta.

Além do exposto, a cada tarefa é trazido um quadro de orientações que foi criado no intuito de auxiliar o professor na condução de cada uma das tarefas propostas. A função deste quadro é orientar o trabalho pedagógico do professor, com a intenção de dar direcionamentos sobre como proceder em determinadas situações que podem (ou não) acontecer. Importante destacar que ele não é receituário, muito menos que os apontamentos ali presentes tem a obrigação de acontecer e, mesmo que aconteçam, não necessariamente terá que ser na ordem elencada.

Ao final de algumas das tarefas são realizadas sugestões de outras tarefas que podem ser utilizadas pelos professores em suas aulas, como substitutivas de alguma das previstas ou quando julgarem propícias, sempre tendo como norte o efetivo processo de ensino e de aprendizagem.

QUADRO DE AÇÕES ANTECIPADAS PARA O DESENVOLVIMENTO DA TAREFA 7

<i>Tarefa 7 – Explorando o Tangram</i>	
<i>Atividades dos alunos</i>	<i>Atividades do professor</i>
<ul style="list-style-type: none">Conseguem construir o Tangram seguindo os 7 passos descritos e encontram equivalências de área.	<ul style="list-style-type: none">Verificar se os alunos construíram o Tangram corretamente, solicitando a eles que expliquem o caminho adotado: seguiram os sete passos ou utilizaram-se de outra(s) maneira(s)?Identificar, clarificar e compreender o procedimento utilizado pelos alunos para a determinação de equivalência de áreas por meio do uso do Tangram. Solicitar que mostrem/expliquem as



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



<ul style="list-style-type: none">▪ Não conseguem construir o Tangram somente com o enunciado dos 7 passos, precisam da projeção de imagem da construção do Tangram (Figura 1) para construí-lo. Após isso, encontram alguns exemplos de equivalências de área. ▪ Não conseguem construir o Tangram e, ou talvez, por isso não encontram equivalências de áreas.	<p>equivalências de área no Tangram. Apenas por observação/visualização determinaram as áreas equivalentes? Utilizaram-se de sobreposição? Que outro(s) caminho seguiram? Revelam clareza quanto à conceituação de equivalência de áreas?</p> <ul style="list-style-type: none">▪ Solicitar aos alunos que, mais uma vez, observem as peças do Tangram que construíram verificando se elas estão corretas. A partir daí incentive-os, a ler novamente o enunciado do Momento 2 e a utilizarem-se de sobreposição das peças para verificar se: há equivalência de área entre essas peças? Quais são essas equivalências?▪ Solicitar que os alunos retomem a construção de um quadrado de lado cuja medida seja representada por um número par. A partir daí, incentivá-los a ler uma vez mais os sete passos para a construção do Tangram concomitante à observação da Figura 1. Após a construção do Tangram incentive-os a ler novamente o enunciado do Momento 2 e a utilizarem-se de sobreposição das peças para verificar se: há equivalência de área entre essas peças? Quais são essas equivalências?
---	--

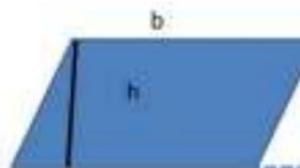
Sistematização: O processo de sistematização sempre deve partir das resoluções apresentadas pelos alunos. Nesta tarefa, caso não apareça nas resoluções, faz-se necessário que o professor chame a atenção dos alunos quanto à definição de equivalência de área, sistematizando na lousa: *Equivalência de área de figuras geométricas planas: duas figuras geométricas planas são equivalentes se ocupam a mesma superfície do plano, ou seja, se têm a mesma área. Com o uso das peças do Tangram é possível observar algumas equivalências de área (Figura 1): 1) $A + B = C + D + E + F + G$; 2) $C + E = G$; 3) $A = C + E + F$; 4) $B = D + C + E$; 5) $C = E$; 6) $D = C + E$; 7) $F = C + E$; 8) $D = F$.* A partir da realização desta tarefa,



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



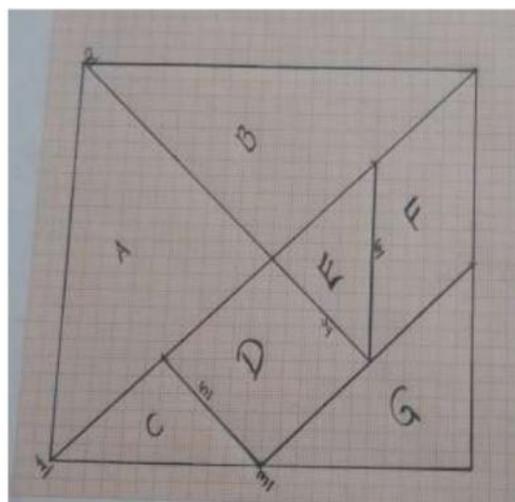
pode-se introduzir o cálculo de áreas, sistematizando na lousa: *Relembrando – Um retângulo é um quadrilátero que possui todos os ângulos internos congruentes e retos (90°). Assim, é possível inferir que todo retângulo é também um paralelogramo, cujos ângulos internos são ângulos retos. O quadrado é um caso particular de um retângulo em que todos os lados têm o mesmo comprimento. E então dar seguimento ao cálculo de áreas, sistematizando na lousa: *Cálculo da área de um polígono retangular – Relembrando: “Retângulo: Generalizando, consideremos um retângulo em que a base e a altura têm medidas b e h , respectivamente, em uma mesma unidade de comprimento. Esse retângulo pode ser dividido em $b \cdot h$ quadradinhos e, por isso, dizemos que sua área A é o produto da medida da base pela medida da altura. Logo: $A = b \cdot h$ ”; Quadrado: O quadrado também é um retângulo; logo, sua área A é o produto da medida da base pela medida da altura. Ou seja, $A = a \cdot a$, ou $A = a^2$; Paralelogramo: A área de um paralelogramo de base b e altura h é igual à área de um retângulo de base b e altura h , conforme é possível observarmos:**



$$A = b \cdot h$$

Com base no exposto, sugere-se dar seguimento à exploração de áreas das demais figuras geométricas planas, por meio da construção geométrica de suas fórmulas. Na sequência, sugere-se a realização de exercícios que podem ser extraídos do livro didático adotado pela sua escola ou de outros materiais, ainda pode ser trabalhado com questões de ENEM, vestibular, entre outras.

Figura 1: Passo a passo construindo o Tangram



Fonte: autora (2016).



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



EXTRA

Professor, após a realização desta tarefa como forma de aperfeiçoamento e sistematização das aprendizagens, ainda, para trabalhar a análise das características dos quadriláteros é possível pensar na aplicação de outra tarefa com objetivo de: levar o aluno a perceber que alguns tipos de quadriláteros têm propriedades em comum; levar o aluno a compreender que algumas classes de quadriláteros estão contidas em outras. A seguir tem-se a tarefa sugerida. Destaca-se que esta tarefa foi trabalhada pela professora Michele Dias Veronez, no dia 05 de outubro do corrente ano, durante o PDE – Curso IV (Conteúdos específicos II).

Figura 2: Analisando características dos quadriláteros: matreiras para a elaboração da tarefa

Analisando características dos quadriláteros.

Analise as figuras e cole as propriedades contidas nas tiras, nas folhas dos respectivos quadriláteros.

Material

- 5 folhas contendo figuras dos quadriláteros, cada folha um tipo de quadrilátero.
- Tiras de papéis com as seguintes descrições:
 - 4 lados (5 tiras deste tipo)
 - 4 ângulos (5)
 - 4 ângulos retos (2)
 - 4 lados congruentes (2)
 - lados opostos congruentes (4)
 - lados opostos paralelos (4)
 - um par de lados opostos paralelos (1)
 - ângulos opostos congruentes (4)
- tiras com os nomes dos quadriláteros
- tiras em branco para completar na hora

Fonte: Dias Veronez (2016).

Figura 3: Analisando características dos quadriláteros: solução da tarefa



Fonte: Dias Veronez (2016).

Referências:

CYRINO, M. C. C. T. (Org.). Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas. Londrina: Eduel, 2016.

DIAS VERONEZ, M. Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) – Curso IV (Conteúdos específicos II). Notas de aula. 2016.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. Quadrante. v. 22, n. 2, 2013. p.29-53.