



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



## Tarefa: Árvores de Natal

**Conteúdo:** Pensamento algébrico

Fonte: SOKOLEK, A. B. A. O Ensino Exploratório e a mobilização do pensamento algébrico no sétimo ano do Ensino Fundamental. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE:** produção didático-pedagógica, 2014. União da Vitória: SEED/PR, 2014. Versão Online. (Cadernos PDE). ISBN 978-85-8015-079-7.

### TAREFA 6 – ÁRVORES DE NATAL

João e Maria foram comprar árvores de Natal. Encontraram árvores de diferentes tamanhos, mas sempre com o mesmo modelo. As luzes vão ser colocadas em cada canto da árvore, como mostram as figuras:

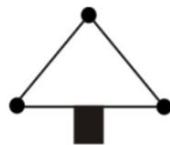


Figura 1

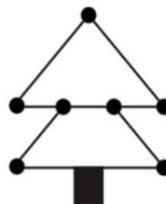


Figura 2

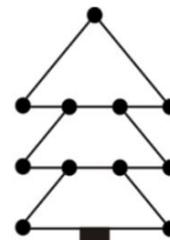


Figura 3

- Desenhe as duas figuras seguintes da sequência.
- Descreva a figura 20, sem a desenhar. Quantas luzes ela terá? Descreva suas descobertas.
- Quantas luzes existirão na árvore da figura 100? Justifique sua resposta.
- É possível ter uma árvore com 125 luzes? Justifique o seu raciocínio.
- Encontre uma regra que possa descobrir o número de luzes para qualquer figura da sequência.

Tarefa adaptada de Guerreiro (2011).

### SOBRE A TAREFA 6 – ÁRVORES DE NATAL

*Duração:*



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



- Três aulas de 50 minutos

*Unidade temática:*

- Números e Álgebra

*Conteúdo:*

- Pensamento algébrico

*Ano de escolaridade:*

- 7º ano do Ensino Fundamental

*Objetivos para o conjunto de tarefas:*

- Representar com diferentes registros (oralmente e por escrito), a próximas figuras da sequência;
- Perceber as regularidades que aparecem nessa construção das árvores de Natal de acordo com a quantidade das luzes;
- Fazer inferências sobre a sequência em questão, com possibilidades de concluir sobre ela, determinando sua regra de formação;
- Validar a lei de formação da sequência.

## SOBRE A TAREFA E ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS

A escolha do tema “O pensamento algébrico”, surgiu da reflexão sobre nossa prática pedagógica, das situações vivenciadas em sala de aula, pois temos percebido que os alunos apresentam dificuldades e que estas se acentuam em alguns conteúdos, especificamente com aqueles relacionados à Álgebra. Os comentários que temos presenciado são os mais diversos como “eu não gosto de Matemática”, ou “as operações eu até sei, mas quando começam aquelas letras já não entendo mais”, e muitos outros que ouvimos, não somente dos alunos, mas de colegas professores de outras áreas.

A escolha de alunos do sétimo ano do ensino fundamental deu-se em virtude de que é nessa época que os alunos começam a ter contato (formalmente) com a álgebra e, também, é nessa fase que ocorrem as maiores dificuldades. Conforme nos aponta Savioli (2009), o ensino da álgebra não tem surtido efeito da forma como vem sendo realizado, talvez pela forma com que a álgebra tem sido apresentada, com práticas que por vezes estão



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



preocupadas em “vencer” um currículo pré-determinado, ou ainda por muitos educadores agirem da mesma maneira como foram ensinados, seguindo modelos de seus professores.

Sabemos que o ser humano é capaz de construir o seu próprio conhecimento, mas o papel do professor é o de orientador e organizador do processo de aprendizagem, sendo que o mesmo tem ainda como função verificar como os alunos se apropriam das ideias algébricas e como estabelecem paralelo entre a leitura e a escrita algébrica.

Destacamos nesse momento as contribuições de Fiorentini, Miorim e Miguel, (1993), citados por Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2010), os quais salientam que:

[...] o pensamento algébrico pode ser desenvolvido gradativamente antes mesmo da existência de uma linguagem algébrica simbólica. Isso acontece, sobretudo, quando a criança estabelece relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos; percebe e tenta expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema; produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema; ou, ainda, produz Apresentação vários significados para uma mesma expressão numérica; interpreta uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas; transforma uma expressão aritmética em outra mais simples; desenvolve algum tipo de processo de generalização; percebe e tenta expressar regularidades ou invariâncias; desenvolve/cria uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente. (p. 5)

Sabemos que o ser humano é capaz de construir o seu próprio conhecimento, mas o papel do professor é o de orientador e organizador do processo de aprendizagem, sendo que o mesmo tem ainda como função verificar como os alunos se apropriam das ideias algébricas e como estabelecem paralelo entre a leitura e a escrita algébrica.

Dessa forma, o ensino da Matemática contribui para o desenvolvimento de posturas e atitudes necessárias à formação cidadã, como a confiança na própria capacidade, perseverança na busca de resultados, respeito pelo pensamento do outro e trabalho em conjunto.

A presente Proposta de Intervenção Pedagógica refere-se à produção de uma unidade didática para alunos de sétimo ano.

A proposta metodológica está estruturada em tarefas com caráter desafiador, procurando despertar o interesse dos alunos. Objetivamos com a produção dessa unidade didática, investigar as contribuições da exploração de tarefas no contexto do ensino exploratório para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos de sétimo ano.

Ao pensar em tarefas na perspectiva do ensino exploratório, temos que levar em consideração que a dinâmica das aulas se organiza em quatro fases que são descritas por Oliveira, Menezes e Canavaro (2013), que se articulam da seguinte maneira: (i) introdução da



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



---

tarefa, (ii) realização da tarefa, (iii) discussão da tarefa e (iv) sistematização das aprendizagens matemáticas.

Na introdução da tarefa, o professor deve tentar garantir que os alunos compreendam o que tem para fazer e se interessem por realizá-la.

Na fase da realização, o professor acompanha o trabalho dos grupos (já que o trabalho em grupo é preponderante no ensino exploratório), percebendo as estratégias que estão utilizando nas tentativas de resolução.

A discussão da tarefa no grupo, é uma fase importante, pois se caracteriza em um momento de aprendizagem para todos. É quando os alunos socializam e explicam como pensaram e resolveram o problema.

Na sistematização, os autores pontuam que se identificam os conceitos matemáticos presentes na tarefa, estabelecendo conexões com outras tarefas e aprendizagens anteriores.

Julgamos ser fundamental que o professor apresente e discuta com seus alunos como serão as aulas, de modo que todos compreendam e possam manter um ambiente de respeito e solidariedade. Nesse momento, ele deverá expor para a turma que a seleção e a sequência das apresentações dependerão de critérios pré-estabelecidos que podem levar em conta diferentes estratégias adotadas pelos grupos em suas resoluções.

Como encaminhamentos metodológicos previstos para a organização do trabalho, as tarefas serão desenvolvidas em grupos de no máximo três alunos, por acreditarmos que as interações presentes nos grupos podem ser fatores que contribuem expressivamente na aprendizagem dos alunos. Entendemos, da mesma forma, que grupos com muitos componentes podem se dispersar, comprometendo a eficácia do estudo. A formação dos grupos, poderá ser estabelecida por critérios que podem ser acordados entre o professor e a turma. Cada integrante, receberá uma folha contendo a tarefa a ser realizada pelo grupo, visando que todos possam se inteirar da mesma, e dessa forma interagir colaborando no seu grupo.

Cada tarefa descrita nessa unidade didática está acompanhada de seus objetivos, e de um tempo previsto para sua realização, que depende da complexidade de cada uma, podendo ser alterado conforme o envolvimento e a necessidade dos alunos. Além disso, consta um quadro de orientações que foi criado para auxiliar o professor na condução de cada tarefa. Esse quadro tem por função orientar o trabalho pedagógico do professor, pois foi elaborado segundo alguns pontos que se consideram importantes durante as aulas, com intuito de dar direcionamentos sobre como proceder em algumas situações. Cabe salientar que ele não é



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



prescritivo, tampouco os apontamentos que são apresentados têm obrigação de acontecer e nem de estar na ordem como foram listados.

Ao professor cabe a missão de provocar nos alunos a curiosidade, estimulando o espírito de descoberta, fazendo as interações necessárias capazes de propiciar a produção de novos conhecimentos.

#### QUADRO DE ORIENTAÇÕES DA TAREFA 6

<i>Ações dos alunos</i>	<i>Ações do professor</i>
Expressam suas compreensões como estão distribuídas as luzes nas árvores de Natal e as variações que acontecem, aumentando quatro luzes de uma figura para outra;	Pedir que os alunos exemplifiquem como perceberam as variações apresentadas na sequência, podendo perceber se de fato suas justificativas correspondem à variação da sequência;
Fazem inferência sobre essa sequência, sendo capazes de determinar a regra geral de formação, oralmente e por escrito usando a linguagem natural;	Fazer questionamentos de modo a compreender como os alunos chegaram à construção da regra, verificando quais estratégias de cálculo eles apresentam e a forma como expressam seus registros. Perceber se atribuem significados corretos nos seus registros. Solicitar também que procurem usar outras formas de registro;
Apresentam dificuldades em determinar a regrada sequência, pois não estabelecem relação entre a variação da quantidade de luzes de uma figura para outra e a posição da figura na sequência;	Sugerir que pensem em outras situações anteriores que possam auxiliá-los nas suas compreensões. Pode solicitar que usem uma tabela para registrar os cálculos que por ventura fizerem, partindo destes para as generalizações, de forma a conseguir representar uma regra que seja válida;
Estabelecem uma regra para a sequência através de símbolos matemáticos, mas não conseguem validá-la para outras figuras mais distantes, pois não apresentam	Fazer questionamentos de modo a compreender como os alunos chegaram à construção da regra, verificando quais estratégias de cálculo eles apresentam e a forma como expressam seus registros. Pedir



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



<i>Ações dos alunos</i>	<i>Ações do professor</i>
significados corretos para os símbolos que usam;	que justifiquem a forma de atribuir significados para os símbolos que utilizam, avaliando sua coerência ou não com a situação. Solicitar também que procurem usar outras formas de registro tendo em vista a validação da regra para calcular qualquer termo da sequência;
<i>Sistematização:</i> O ponto de partida da sistematização de cada tarefa deve ser necessariamente a produção dos alunos e neste momento convém que o professor avalie como foram os registros dos alunos, podendo apresentar que uma das representações possíveis da regra de formação para essa sequência pode ser o número de pontos da primeira figura (valor constante) adicionado a posição da figura em questão diminuindo de uma luz (ou lâmpada) e multiplicado pela variação de pontos (luzes) de uma figura para outra, que neste caso é o 4. Essa regra que pode ser expressa algebricamente por: $l = 3 + (p - 1) \times 4$ , em que $l$ é a quantidade de luzes e $p$ , a posição da figura.	

#### Referências:

- GUERREIRO, A. Padrões em contexto figurativos no 2º ano da licenciatura em educação básica. In: Anais do Encontro de Investigação em Educação Matemática. Póvoa de Varzim, 2011, p. 1-13.
- MESTRE, C.; OLIVEIRA, H. A exploração de tarefas matemáticas para desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4º ano de escolaridade. In: Anais do Encontro de Investigação em Educação Matemática, SPIEM: Lisboa, 2008. p. 417 - 432.
- OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. Quadrante, v. 22, n. 2, 2013, p. 1-25.