



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



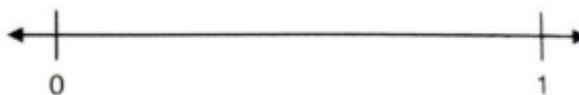
Tarefas: 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 (parte 5)

Conteúdo: Frações

Fonte: OLIVEIRA, M. B. de. Frações: explorar para compreender. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**: produção didático-pedagógica, 2014. Paranavaí: SEED/PR, 2014. Versão Online. (Cadernos PDE). ISBN 978-85-8015-079-7.

TAREFA 1 – AS DIFERENTES INTERPRETAÇÕES DO NÚMERO RACIONAL

- a) João tem $\frac{2}{3}$ de um pacote com 36 balas. Quantas balas tem João?
- b) 4 garrafas de refrigerante são que parte de uma caixa contendo 6 garrafas?
- c) Localize $\frac{2}{3}$ na linha numérica:



- d) Uma farmacêutica mistura groselha num remédio de tosse. Para melhorar o gosto do remédio que é muito amargo ela usa uma colher do remédio e 2 colheres de groselha. Que parte da mistura foi feita com groselha?
- e) Divida igualmente 4 pizzas entre 6 pessoas. Quanto de pizza cada pessoa comerá?

Tarefa adaptada de Lamon (2005) e Campos e Magina (2008).

TAREFA 2 – O CHOCOLATE

Considere, a barra de chocolate a seguir. Olhando a barra de chocolate, responda as questões dadas a seguir:



- a) Metade da barra de chocolate são quantos pedaços?
- b) Dois pedaços é que parte da barra de chocolate?



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



- c) Eu tenho $\frac{1}{2}$ da barra de chocolate e você tem $\frac{1}{3}$ da mesma barra de chocolate. Quem tem mais? Quanto a mais? Justifique.
- d) Considerando a questão anterior, quanto nós dois juntos, temos do chocolate? Sobrou chocolate? Se sobrou, quanto?

Tarefa adaptada de Lamon (2005).

TAREFA 3 – COMPARANDO FRAÇÕES

Maria e Paulo receberam uma barra de doce de leite, de mesmo tamanho cada um. Maria comeu $\frac{1}{4}$ do doce de leite dela e Paulo comeu $\frac{1}{2}$ do doce de leite dele. Quem comeu mais doce de leite, Maria ou Paulo? Quanto a mais?

TAREFA 4 – A COLEÇÃO DE CARRINHOS

Oito carrinhos representam $\frac{4}{5}$ dos carrinhos de minha coleção. Quantos carrinhos existem na minha coleção?

TAREFA 5 – OS FILATELISTAS

Maria Rita resolveu colecionar selos, sua coleção já está com 120 selos de vários lugares. Seu primo André, achou a ideia interessante e também começou a fazer sua coleção. A coleção do André é $\frac{2}{5}$ da coleção de Maria Rita.

- a) Quantos selos tem André?
- b) A coleção do André representa que porcentagem da coleção de Maria Rita?

TAREFA 6 – AS PIZZAS

Paulo e Mariana foram a um restaurante e pediram duas pizzas de mesmo tamanho: uma de quatro queijos que foi cortada em quatro pedaços iguais e outra de atum que foi cortada em oito pedaços iguais. Paulo comeu 2 pedaços da pizza de quatro queijos e 3 pedaços da



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



pizza de atum, Mariana comeu 4 pedaços da pizza de atum e 1 pedaço da pizza de quatro queijos.

- Represente a quantidade de pizza que cada um comeu. Utilize desenhos e representação numérica.
- Quem comeu mais pizza? Faça a representação do seu raciocínio para encontrar a resposta (pode ser em linguagem escrita, matemática ou desenho).
- Represente numericamente e com um desenho a quantidade que sobrou da pizza de quatro queijos.
- Represente numericamente e com um desenho a quantidade que sobrou da pizza de atum.
- Sobrou mais pizza de atum ou de quatro queijos? Quanto a mais? Faça a representação do seu raciocínio para encontrar a resposta (pode ser em linguagem escrita, matemática ou desenho).
- Qual o total de pizza consumida? Faça a representação do seu raciocínio para encontrar a resposta (pode ser em linguagem escrita, matemática ou desenho).

TAREFA 7 – A CAMINHADA

A turma do João organizou uma caminhada no parque florestal de sua cidade para chamar a atenção da população quanto à preservação do meio ambiente, o segmento [AB], dado a seguir, representa a distância percorrida nessa caminhada. Em alguns pontos da distância a ser percorrida, a comissão organizadora, montou postos para os atletas se hidratarem e descansarem um pouco.

Maria parou para descansar depois de ter feito $\frac{2}{5}$ do percurso, Joana parou ao fim de $\frac{4}{10}$, Francisco ao fim de $\frac{3}{5}$ e os demais participantes ao fim de $\frac{7}{10}$ do percurso. Assinale no segmento [AB] abaixo traçado, o ponto que corresponde a cada uma das paradas referidas.



Sabendo que o percurso era de 4 Km, responda as questões a seguir:

- Quantos quilômetros tinham sido percorridos pela Maria quando parou para descansar? E pela Joana? O que você pode concluir em relação ao percurso feito pelas duas meninas quando pararam para descansar? Justifique sua resposta.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



- b) João quando fez a sua primeira parada tinha percorrido $\frac{5}{10}$ do percurso. Quantos quilômetros João já tinha percorrido? O que você pode dizer a respeito da parte do percurso por ele percorrido?
- c) Observe os amigos: Maria, Joana, Francisco e João. Quem percorreu a maior distância até fazer a primeira parada?
- d) Os demais participantes fizeram sua parada ao completar $\frac{7}{10}$ do percurso, qual a distância percorrida por eles?

Tarefa adaptada de Quaresma (2010).

**SOBRE AS TAREFAS DA PARTE 5 – AS DIFERENTES INTERPRETAÇÕES DO NÚMERO RACIONAL
(PARTE-TODO, OPERADOR, MEDIDA, RAZÃO E QUOCIENTE)**

Duração:

- 6 aulas

Unidade temática:

- Números e Álgebra

Conteúdo:

- Frações

Ano de escolaridade:

- 6º ano do Ensino Fundamental

Objetivos para o conjunto de tarefas:

- Compreender e utilizar o número racional como: parte-todo, operador, medida, razão e quociente;
- Localizar e posicionar na reta numérica um número racional;
- Comparar e ordenar números racionais;
- Reconstruir a unidade a partir de suas partes.

APRESENTAÇÃO



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



A Unidade Didática está organizada em cinco partes, cada uma abrangendo um conjunto de ideias matemáticas, consideradas essenciais para a compreensão dos alunos a respeito das frações, que denominamos:

Parte 1 - Explorando Situações de Contagem

Parte 2 - Explorando Situações de Partilha

Parte 3 - Repartindo a Unidade

Parte 4 - Diferentes Representações do Número Racional (Fração, Número Decimal e Porcentagem)

Parte 5 - As Diferentes Interpretações do Número Racional (Parte-Todo; Operador; Medida; Razão e Quociente)

Na busca de alternativas para reformular o modo como abordamos esse conteúdo no Ensino Fundamental, observamos que estudiosos têm defendido a Investigação Matemática, mais especificamente a perspectiva do Ensino Exploratório, como uma metodologia que colabora para aprendizagem matemática dos alunos, com compreensão.

Segundo Ponte, Brocardo, Oliveira (2013), “em numerosas experiências já empreendidas com trabalho investigativo, os alunos têm mostrado realizar aprendizagens de grande alcance e desenvolver um grande entusiasmo pela Matemática” (p. 10). Nesses estudos, destacam-se as *práticas de ensino exploratório*, em que os alunos aprendem a partir do seu envolvimento com tarefas que contemplam ideias e representações matemáticas que eles podem compreender e produzir significado.

Nesta perspectiva, o que se propõe nessa Unidade Didática é desenvolver os conteúdos a partir de tarefas desafiadoras, por meio de práticas de ensino exploratório que, segundo Canavarro (2011) visam proporcionar ao professor melhores condições para conduzir produtivamente as discussões matemáticas. Essas práticas serão descritas mais detalhadamente no encaminhamento metodológico.

O trabalho tem como objetivo principal discutir o potencial das práticas de ensino exploratório para promover a aprendizagem matemática dos alunos do 6º ano a respeito do conteúdo de frações.

As tarefas propostas nessa unidade didática são, em sua maioria, inspiradas e adaptadas das produções de Bertoni (2008), Quaresma (2010) e de Lamon (2005).

ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Este material didático foi fundamentado na tendência metodológica da Investigação Matemática, com foco nas aulas e tarefas exploratórias, sendo assim todas as aulas serão norteadas através da perspectiva do Ensino Exploratório da Matemática. No Quadro abaixo, elaborado com base nos textos de Canavarro (2011) e Canavarro, Oliveira, Menezes (2012), apresentamos algumas orientações para o desenvolvimento das aulas nessa perspectiva.

<i>Antecipar</i>	A antecipação corresponde essencialmente a uma previsão por parte do professor de como os seus alunos irão abordar as tarefas que lhes coloca com vista a relacionar aquilo que eles poderão fazer com o propósito matemático da aula. Ao antecipar, o professor dedica-se a: prever a interpretação e o envolvimento dos alunos na tarefa; elencar uma diversidade de estratégias, corretas e incorretas, que os alunos poderão usar, com diferentes graus de sofisticação; relacionar essas estratégias com os conceitos, representações, ou procedimentos que quer que os alunos aprendam e/ou com as capacidades que quer que eles desenvolvam.
<i>Monitorar</i>	A monitorização corresponde à apropriação por parte do professor das estratégias e resoluções que os alunos realizam durante o trabalho autónomo com o objetivo de avaliar o seu potencial para a aprendizagem matemática a promover na turma. Ao monitorizar, para além de verificar se os alunos estão a trabalhar na tarefa, o professor dedica-se a: observar e ouvir os alunos ou grupos; avaliar a validade matemática das suas ideias e resoluções; interpretar e dar sentido ao seu pensamento matemático, mesmo que lhe pareça estranho e/ou não o tenha antecipado; ajudar os alunos em dificuldade a concretizar resoluções que tenham potencial matemático relevante para o propósito matemático da aula.
<i>Selecionar</i>	Selecionar corresponde a identificar os alunos ou grupos cujas resoluções são importantes para partilhar, com toda a turma, na fase de discussão de modo a proporcionar uma diversidade de ideias matemáticas adequadas ao propósito matemático da aula — e estas não são necessariamente dos alunos que se oferecem para ir ao quadro. A seleção criteriosa pelo professor proporciona que sejam as ideias matemáticas importantes as discutidas pela turma, evitando que o desenvolvimento da discussão fique à mercê das estratégias que apresentam os voluntários.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



<i>Sequenciar</i>	Esta prática dá-se quase em simultâneo com a anterior, e é muito orientada pelo percurso de exploração das ideias matemáticas que o professor entende ser mais adequado para os seus alunos tendo em vista atingir o propósito matemático da aula. Ao tomar decisões ponderadas acerca da ordem pela qual se dá a apresentação e partilha dos trabalhos dos alunos, o professor pode maximizar as hipóteses de a discussão e síntese serem matematicamente bem sucedidas.
<i>Estabelecer conexões</i>	Esta prática dá-se imediatamente a seguir à discussão das diferentes resoluções e, muitas vezes, pode ainda começar durante a mesma. É importante sublinhar que o propósito das discussões não é realizar um desfile de apresentações separadas de diferentes respostas ou estratégias de resolver uma dada tarefa; o propósito das discussões é relacionar as apresentações com vista ao desenvolvimento coletivo de ideias matemáticas poderosas que sintetizam as aprendizagens matemáticas dos alunos. Para tal, o professor convida os alunos a analisar, comparar e confrontar as diferentes resoluções apresentadas, identificar o que têm de semelhante ou de distinto, quais são as potencialidades e mais valias de cada uma delas, esperando que desta análise retirem heurísticas para abordar tarefas futuras.
<i>Sistematizar</i>	Esta prática tem por objetivo a sistematização das aprendizagens dos alunos, tendo em vista o propósito matemático da aula. Para isso, o professor pode estabelecer relações entre os conhecimentos matemáticos mobilizados pelos alunos na resolução e discussão da tarefa, e apresentar as representações formais de conceitos e ideias matemáticas, regras, fórmulas, propriedades. Nessa fase, é importante que o professor valorize a sistematização de conhecimentos matemáticos, e mostre aos alunos a importância de regras ou generalizações, evidenciando que os conhecimentos matemáticos discutidos a partir de uma tarefa podem ser explorados em outros contextos matemáticos e também em outra áreas do conhecimento. Também é importante que os alunos registrem os conhecimentos matemáticos sistematizados, e identifiquem representação semelhantes em seu livro didático, de modo que possam recorrer a eles quando necessário.

Com a prática do ensino exploratório de Matemática, nesta unidade didática, busca-se promover o estudo e aprendizagem das frações com compreensão, acreditamos que o trabalho em equipe e a justificação dos meios usados para resolver a situação proposta deverá



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



mobilizar o pensamento matemático do aluno de forma a produzir significado para que realmente haja compreensão do que é proposto e para a formalização de novos conceitos. Sendo essa a perspectiva que irá nortear o desenvolvimento de todas as aulas, apresentamos a seguir algumas orientações gerais para o desenvolvimento de todas as tarefas propostas:

- a turma deverá estar organizada em grupos de no máximo quatro alunos;
- ao propor a tarefa o professor deverá fazer a leitura e dar as orientações necessárias, tomando o cuidado para não induzir o aluno quanto à sua resolução e estratégias que deve usar;
- os alunos devem resolver a tarefa a partir do conhecimento que possuem e usando as estratégias que julgarem necessárias, mas sempre deverão justificar o processo por eles utilizado;
- enquanto os alunos resolvem a tarefa o professor deverá monitorar o trabalho passando por todas as equipes encorajando-os e auxiliando-os no que for necessário. Nesse momento é importante ir observando e selecionando as diferentes resoluções que tenham potencial matemático para o propósito da aula;
- estabelecer a ordem de apresentação das diferentes estratégias usadas para resolução da tarefa de preferência da mais informal para a mais formal no que diz respeito às representações matemáticas que são objeto de estudo da aula;
- os grupos deverão justificar as respostas e estratégias que usaram para resolver as tarefas e o professor irá mediar a discussão com a turma validando ou não o resultado, explorando as ideias matemáticas presentes no processo e fazendo as conexões necessárias para explicar o conteúdo matemático envolvido.

Referências:

- BERTONI, N. E. A Construção do Conhecimento sobre Número Fracionário. Revista Bolema, Rio Claro, ano 21, n. 31, p. 209 – 237, 2008.
- CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. 2011.
- CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da Matemática: O caso de Célia. 2012.
- LAMON, S. J. Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers. Second edition. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers. Mahwah, New Jersey, 2005.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



PONTE, J. P. da; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. Investigações Matemáticas na sala de aula. 3 ed. rev. ampl. - Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

QUARESMA, M. Ordenação e comparação de números racionais em diferentes representações: uma experiência de ensino. 2010. Dissertação de mestrado. Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal. Disponível em <http://core.kmi.open.ac.uk/download/pdf/12422697.pdf> acesso em 04/11/2014